

ASSIMAGE

Compte-Rendu de réunion

Etienne Huot

19 Mars 2004

1 Participants

- Jérôme Monnier (animateur de réunion),
- William Castain,
- Marc Honorat,
- Etienne Huot,
- Isabelle Herlin,
- François-Xavier Le Dimet.

2 Ordre du jour

1. Présentation des participants
2. Assimilation de données pour les crues éclair (William Castain)
3. Assimilation de données lagrangiennes pour l'hydraulique fluviale (Marc Honorat)
4. Rappel sur les méthodes de traitement d'image pour obtenir des trajectoires (Etienne Huot)
5. Données dynamiques pour l'hydraulique fluviale
6. Données océanographiques : expérimentation en laboratoire
7. Assimilation de données lagrangiennes pour l'hydraulique fluviale : application aux données issues du traitement d'image.

3 Le point sur les données

3.1 Océanographie

1. Nous disposons actuellement d'un jeu de données simulées grâce au modèle de circulation OPA couplé au modèle biologique LOBSTER. Ces données nous ont été fournies

par Marina Lévy du LODYC. Il s'agit de séquences d'images de température, couleur de l'océan et altimétrie associées au champ de vitesses calculé par le modèle.

Ces données synthétiques présentent l'intérêt d'avoir été calibrées avec des données réelles réalisées lors de la campagne POMME organisée par le LODYC. Nous pouvons donc disposer des données réelles correspondantes : images satellitaires et trajectoires de bouées.

2. Par ailleurs François-Xavier Le Dimet propose d'utiliser la **plaque Coriolis** du LEGI est un dispositif expérimental permettant de reproduire les écoulements océaniques ou atmosphériques. Il s'agit d'un bassin cylindrique de 13 m de diamètre et de 1,2 m de hauteur. Des cuves annexes de grandes capacités permettent de réaliser des stratifications multi-couches ou continues, en mélangeant saumure et eau pure par une pompe volumétrique programmable. Le matériel de mesure comporte, en particulier, vélocimètres ultra-sons, profileurs et suiveurs d'interface à ultra-sons, visualisation vidéo, trajectographie, traitement d'image, vélocimétrie par corrélation d'images (PIV).

Une expérimentation sur cette plateforme devrait permettre de tester nos algorithmes sur des données réelles parfaitement maîtrisées. François-Xavier Le Dimet doit voir avec les responsables de ce projet.

3.2 Hydraulique fluviale

Les données image en hydraulique fluviale peuvent provenir de satellites : radar (détection difficile) ou optiques (perturbés par la couche nuageuse), d'avions ou de drones télécommandés, de caméras vidéo positionnées orthogonalement à la surface de l'eau.

Parmi les phénomènes qu'il semble important d'observer on a :

1. *Fronts* d'inondation : on cherche alors à identifier des *trajectoires* de correspondance entre le lit habituel de la rivière et la position courante du front. On se place dans un contexte **ALE** : *Arbitrary Lagrangian Eulerian*.
2. Trajectoires de traceurs de mouvements (comme le centre d'un tourbillon par exemple). On se place alors dans un contexte lagrangien et on tente d'estimer des trajectoires (méthodes de suivi) ou des vitesses (champ dense).

Une expérimentation avec une caméra vidéo placée au dessus du fleuve devrait permettre de tester les différentes approches du traitement d'image.

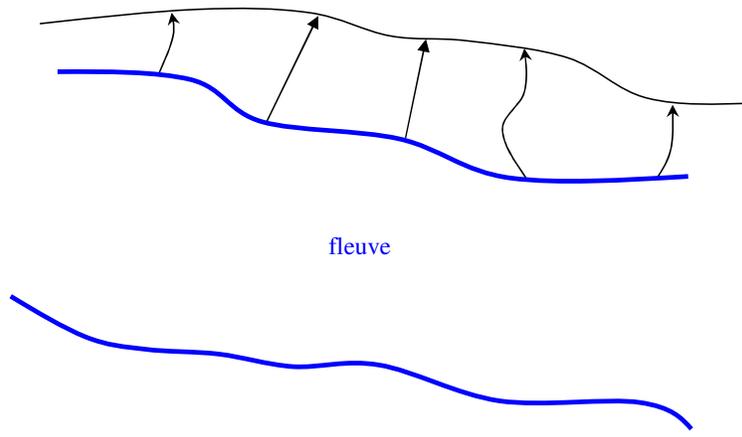


FIG. 1 – Mise en correspondance d’un lit de rivière avec un front d’inondation.

4 Hydraulique fluviale

Les modèles de circulation hydrodynamique sont basées sur les équations de Navier-Stokes :

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\mathbf{u} & \text{(équation du mouvement)} \\ \operatorname{div}\mathbf{u} = 0. & \text{(équation de continuité)} \end{cases} \quad (1)$$

En eau peu profonde on peut faire l’hypothèse de *shallow-water*, qui donne les équations de Saint-Venant, rappelons que pour cela on considère une couche mince d’un fluide incompressible de masse volumique uniforme ρ_0 ; on note $h(x, y, t)$ la hauteur de la surface libre, mesurée par rapport à un niveau de référence (par exemple la hauteur du fluide au repos). Faire l’hypothèse *shallow-water* revient à chercher l’écoulement bidimensionnel “équivalent” au modèle tridimensionnel, en intégrant sur l’axe vertical, les équations (1).

Ainsi si on note $\mathbf{u}_h = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ la composante horizontale du vecteur vitesse, $\nabla = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \end{pmatrix}$ le gradient horizontal, et $H(x, y, t)$ la profondeur du fluide sous le niveau de référence, alors l’intégration verticale de l’équation $\operatorname{div}\mathbf{u} = 0$ (équation de continuité) s’écrit :

$$\int_{-H(x,y,t)}^{h(x,y,t)} \left(\nabla \cdot \mathbf{u}_h + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz = 0. \quad (2)$$

En utilisant les conditions aux limites cinématiques :

$$w(x, y, h(x, y, t), t) = \frac{dh}{dt}(x, y, t) \text{ et } w(x, y, -H(x, y, t), t) = -\frac{dH}{dt}(x, y, t) = -\nabla H \cdot \mathbf{u}_h,$$

on obtient la nouvelle équation :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot [(h + H)\bar{\mathbf{u}}] = 0, \quad (3)$$

où $\bar{\mathbf{u}}$ est la vitesse horizontale moyennée sur la verticale : $\bar{\mathbf{u}} = \frac{1}{h+H} \int_{-H}^h \mathbf{u}_h dz$.

L'hypothèse hydrostatique :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (4)$$

et le fait que la masse volumique soit uniforme donne $\nabla p = \rho_0 g \nabla h + \nabla p_0$ où p_0 est la pression de surface. ∇p_0 étant négligeable devant $\rho_0 g \nabla h$, on peut donc faire disparaître la pression de l'équation du mouvement de (1) en remplaçant ∇p par $\rho_0 g \nabla h$, on obtient donc :

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = g \nabla h + \mu \Delta \mathbf{u}. \quad (5)$$

En réécrivant cette équation dans le repère terrestre, qui est un repère tournant, en remarquant que la force centripète se réduit essentiellement à la force gravitationnelle \mathbf{g} et en considérant que pour les échelles qui nous intéressent la vitesse angulaire de la Terre Ω est constante, on obtient :

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -2|\Omega|\mathbf{u} \sin \theta - \mathbf{g} - g \nabla h + \nu \Delta \mathbf{u}, \quad (6)$$

où θ correspond à la latitude. L'intégration sur la verticale permet de déduire :

$$\frac{d\bar{u}}{dt} - 2f\bar{v} + g \frac{\partial h}{\partial x} - \nu \Delta \bar{u} = 0 \quad (7)$$

et

$$\frac{d\bar{v}}{dt} - 2f\bar{u} + g \frac{\partial h}{\partial y} - \nu \Delta \bar{v} = 0. \quad (8)$$

où on a posé $f = 2|\Omega| \sin \theta$, appelé paramètre de Coriolis.

Le système composé des équations (3),(7) et (8) forme les **équations de Saint-Venant**, ou équations en eau peu profonde, ou équations *shallow-water*. Dans le cas d'écoulement fluviaux, on peut négliger l'effet de la force de Coriolis, et on obtient le système :

$$\begin{cases} \frac{d\bar{u}}{dt} + g \frac{\partial h}{\partial x} - \nu \Delta \bar{u} = 0 \\ \frac{d\bar{v}}{dt} + g \frac{\partial h}{\partial y} - \nu \Delta \bar{v} = 0 \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot [(h+H)\bar{\mathbf{u}}] = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Le modèle obtenu, bien que simple, représente assez bien les écoulements fluviaux. L'avantage de ce modèle est qu'ils est directement bidimensionnel, il n'y a donc pas d'hypothèse supplémentaire à faire pour passer dans le repère image. L'un des inconvénient est que les variables d'état (hauteur et vitesse) ne sont pas observables directement. Les méthodes de traitement

d'image de type suivi de structures déformables ou estimation de champ de mouvement dense permettent soit d'estimer la trajectoire de traceurs caractéristiques du mouvement soit d'estimer directement des champs de vitesse. Néanmoins, ce modèle d'écoulement ne reflète pas le mouvement locale, seules les informations globales sont donc intéressantes à observer.

Les données nécessaires à l'assimilation de données sont :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}X(x_0, t_0; t) = \mathbf{u}(X(x_0, t_0; t), t) \\ X(x_0, t_0; t_0) = x_0 \end{cases} \quad (10)$$

où X correspond à la position lagrangienne et x la position eulérienne.

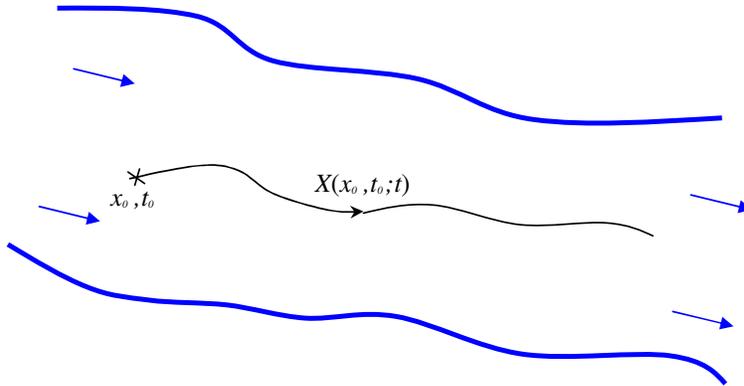


FIG. 2 – Observation Eulérienne ou Lagrangienne.

Dans le cadre de l'assimilation, on va chercher à minimiser une fonctionnelle de coût qui dépend de la variable observée, on peut proposer :

$$J_1 = \int_0^T \|X(x_0, t_0; t) - X^{obs}(t)\|^2 dt, \quad (11)$$

ou

$$J_2 = \int_0^T \|u(x, t) - u^{obs}(X^{obs}(t), t)\|^2 dt, \quad (12)$$

Il est intéressant de constater alors que la vitesse estimée par les approches champ dense est également exprimée dans un contexte lagrangien. Il n'est donc nullement nécessaire d'intégrer le champ de vitesse pour obtenir des trajectoires, l'assimilation de la vitesse lagrangienne est possible en minimisant J_2 . Une première idée dans le cas de l'utilisation de méthode d'estimation dense de la vitesse serait d'utiliser comme contrainte de régularité l'équation d'état. Mais il faudrait proposer une version valable à la surface de l'écoulement. Une deuxième idée est de proposer une méthode d'estimation qui tenterait d'obtenir en même temps le

mouvement global et le mouvement local, et non pas en deux étapes : global puis local.

Dans le cas d'utilisation de méthode d'estimation de trajectoire par suivi de structure caractéristique, on obtient directement des trajectoires de *mise en correspondance* pour passer d'une occurrence de la structure à une autre. Il sera donc préférable d'utiliser la fonctionnelle J_1 . L'un des problèmes qui se pose dans ce genre de méthode est celui lié à la définition d'une métrique adéquate. Une *bonne* métrique doit être liée à l'équation d'état. Une idée simple est de commencer à regarder les mouvements laminaires des écoulements potentiels. Une bonne métrique est proportionnelle à la Hessienne du mouvement $\mathcal{D}^2\mathbf{u}$ (c'est une matrice définie positive, donc caractéristique d'une vraie métrique). Pour un écoulement potentiel on a :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \\ \operatorname{curl} \mathbf{u} = 0 \end{cases}$$

donc que $\mathbf{u} = \nabla\psi$ c'est-à-dire $-\Delta\psi = f$

$$\mathcal{D}^2\psi \equiv \operatorname{div} \mathbf{u},$$

d'où

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0. \tag{13}$$

Ce qui est tout à fait normal puisqu'il s'agit d'un fluide incompressible. Il nous faut maintenant obtenir des images ce type d'écoulement pour vérifier ce résultat.

Dans le cas d'écoulements non-potentiels, il est nécessaire d'avoir l'expertise de spécialistes de la mécanique des fluides pour définir la métrique.