

Rapport final

ASSIMAGE

1. Liste des équipes impliquées

- Projet IDOPT/MOISE, INRIA et Laboratoire de Modélisation et Calcul, Grenoble.
- Projet CLIME, INRIA et ENPC, Rocquencourt.
- Projet VISTA, INRIA, Rennes.
- Unité ETNA, CEMAGREF, Grenoble.
- Unité ENGREF, CEMAGREF, Montpellier.
- Unité AEROBIO, CEMAGREF, Rennes.
- LEGI, CNRS, Grenoble.
- LGGE, CNRS, Grenoble.

2. Liste des participants

- IDOPT devenu MOISE
 - Antoniadis Anestis, Professeur à L'UJF, 20%,
 - Honnorat Marc, Doctorant, 100%, financement CNES 50% CNRS 50%,
 - Le Dimet François-Xavier, Professeur à L'Université Joseph Fourier, 80 %,
 - Ma Jiangwei, Post –Doc du 1/2/05 au 31/01/06, 100% financement ACI,
 - Monnier Jérôme, Maître de Conférences, INPG, 40 %.
 - Wu Lin, Post-doc depuis le 1/6/05, 100%, financement ACI,
 - Vidard Arthur Chargé de Recherche 80%.
- CLIME
 - Béréziat Dominique, Maître de conférence, Université de Paris VI, 10%.
 - Berroir Jean-Paul, Chargé de Recherche, INRIA, 20%.
 - Herlin Isabelle, Directeur de Recherche, INRIA, 10%.
 - Huot Etienne, Maître de conférence, Université de Versailles – Saint-Quentin, 80 %.
 - Isambert Till, Doctorant, 60%, financement INRIA,
- VISTA
 - MÉMIN Etienne, Maître de conférences, université de Rennes I, 10%
 - PAPADAKIS Nicolas, Doctorant, financement INRIA, début 01/10/04
 - CUZOL Anne, Doctorante, financement MENRT, début 01/10/03
- ETNA
 - Naaim Mohammed, Directeur de Recherche, CEMAGREF, 10%.
- ENGREF
 - Albrech Laurent, Technicien de Recherche, 20%,
 - Bailly Jean-Stéphane, Ingénieur, CEMAGREF, 10%,
 - Puech Christian, Directeur de Recherche, 15%.
- AEROBIO
 - HEITZ Dominique, CR Cemagref, 15%
 - CARLIER Johan , IR Cemagref, 10%
- LEGI
 - Brankart Jean-Michel, Ingénieur de Recherche, 10%,
 - Brasseur Pierre, Chargé de Recherche, 10%,

- Penduff Thierry, Chargé de Recherche, 10%,
- Verron Jacques, Directeur de Recherche, 10%.
- LGGE
 - Parrenin Frédéric, Chargé de Recherche, CNRS, LGGE, 20%
 - Ritz Catherine, Chargé de Recherche, CNRS, LGGE, 10%.

3. Changements significatifs intervenus dans le projet

Thèmes :

- Extension vers la météorologie avec la collaboration de Météo France.
- Extensions internationales avec le Laboratoire d'Océanographie de l'Académie des Sciences d'Ukraine (MHI : *Marine Hydrophysical Institute*).
- Plusieurs projets de coopération avec les Etats-Unis sont en cours de développement :
 - avec le CSIT (*Computer Science and Information Technology*) de *Florida State University*. Dans cette université il y a d'excellents départements de météorologie et d'océanographie, le CSIT comprend des spécialistes de traitement d'images et de réalité virtuelle.
 - Avec le MIT pour l'océanographie et l'ingénierie chimique (pollution atmosphérique) projet en cours de dépôt.

Délégations :

- Etienne Huot de l'Université de Versailles – Saint-Quentin en délégation à l'INRIA.
- Dominique Béréziat de l'Université de Paris 6 – en délégation à l'INRIA.

Détachements :

- Jérôme Monnier de l'INPG en détachement à l'INRIA.
- François-Xavier Le Dimet de l'IMAG en détachement à l'INRIA.

Thèses soutenues :

Deux thèses de mathématiques appliquées ont été soutenues depuis le début de l'ACI, elles avaient été commencées avant l'ACI et ont servi de « ferment » pour faire avancer l'idée d'assimilation d'images :

- Claire Lauvernet (financement INRA) « utilisation d'images satellites pour la prévision de récoltes en utilisant un modèle de culture ».
- Cyril Mazauric (financement projet européen ANFAS) : « utilisation d'images pour l'identification de coefficients de Manning dans des écoulements de surface » ;

Doctorants :

- Marc Honnorat, travaille sur l'utilisation d'images spatiales pour la prévision d'inondations avec un modèle d'hydraulique fluviale.
- Till Isambert, travaille sur l'estimation de mouvement fluide turbulent en imagerie satellitaire. Soutenance prévue en mars 2007.

De plus la région Rhône-Alpes vient de nous accorder une bourse de thèse.

4. Résumé des principales avancées

Le sujet qui est développé dans cette ACI est :

- **Nouveau** : il n'y a pas de véritable référence sur ce thème, quelques travaux isolés et en général difficilement exploitables. La raison en est qu'il est nécessaire de réunir des traiteurs d'images, des mathématiciens spécialistes des techniques d'assimilation de données et des spécialistes des fluides géophysiques. En effet, l'information visualisée sur les images est liée à des processus physiques qu'il convient d'analyser. A titre

d'exemple, un altocumulus, visible sur l'acquisition satellitaire, peut-être entièrement advecté par le vent et pourra servir de traceur lagrangien pour l'identification de la vitesse. Par contre, un nuage lenticulaire est la marque de l'existence simultanée d'un vent fort et d'un saut hydraulique produit par le relief, il apparaît quasiment immobile sur les images satellitaires. Un spécialiste de traitement d'image ne saura pas détecter seul ces différences, il a besoin de l'expérience des météorologues. Par ailleurs, des compétences additionnelles en assimilation de données, en mathématiques du contrôle et aussi en développement numériques sont également nécessaires. Tous ces partenaires et toutes ces compétences sont rassemblés dans Assimage.

- **Difficile** : car le fait qu'un écoulement soit visible implique qu'il est gouverné par une physique complexe et qu'on a affaire à des fluides non-homogènes, par exemple multiphasés (air et eau liquide, eau et plancton, etc). L'identification sur les images passera nécessairement par la compréhension de ces phénomènes complexes.
- **Fédérateur** : pour des recherches dans plusieurs disciplines.

Les applications de l'ACI sont très diverses et, bien que les outils qui ont été mis en place aient été construits avec un souci de généralité, ils sont malgré tout fortement liés à leur application :

Océanographie : elle présente l'intérêt d'offrir des modèles de simulations éprouvés et les images satellitaires océanographiques sont très nombreuses. Nous nous sommes donc intéressés à coupler un modèle de circulation océanographique et des données images. Un modèle de simulation bidimensionnel (*shallow-water*) a été couplé à des données images via un opérateur d'estimation de la vitesse apparente à partir d'une séquence d'images. Nous avons développé une chaîne de traitement complète adaptée aux images océanographiques et validée sur des données simulées pour estimer des vitesses de circulation de surface. Deux approches pour estimer cette vitesse ont été développées :

1. Un opérateur basé sur des techniques de traitement d'images a été proposé dans le cadre du travail de thèse de Till Isambert.
2. Un autre opérateur s'appuyant sur des techniques d'assimilation de données variationnelles a été développé par Gennady Korotaev et Etienne Huot. Celui-ci s'appuie notamment sur la définition d'un modèle de transport (basé sur une simplification d'un modèle physique) valable uniquement dans l'espace image, on l'appelle *Modèle Image*. Dans ce *Modèle Image* on assimile des données de température de surface pour reconstruire la vitesse initiale à l'origine des déplacements observables dans les images.

Les vitesses estimées sur des séquences d'images satellites sont assimilées dans un modèle de circulation de la Mer Noire.

Nous avons pu démontrer la faisabilité et la potentialité d'une approche par assimilation de données pour reconstruire la vitesse de circulation océanique. Ce travail a été réalisé en collaboration avec le Marine Hydrophysical Institute de l'Académie des sciences d'Ukraine.

Écoulements fluides : Dans le cadre de l'analyse d'écoulements fluides à partir de séquences d'images nous nous sommes intéressés à des problèmes d'estimation du mouvement et également à des problèmes de suivi dans le temps de champs de vitesses. Les approches développées ont été testées et évaluées pour des applications météorologiques ou de visualisation en mécanique des fluides expérimentale.

Dans le cas de l'estimation de mouvement, nous avons travaillé dans le cadre de la thèse d'Anne Cuzol, sur la définition d'un estimateur de mouvement de faible dimension. Cet estimateur est défini à partir d'une représentation polynomiale du champ des vitesses. Cette

représentation, introduite dans le cadre de la simulation numérique d'écoulements, repose sur la discrétisation de la vorticité et la divergence du champ sur un ensemble de fonctions de base appelées particules de vortex et de source. L'estimation consiste à minimiser une fonctionnelle construite à partir d'une version intégrée de l'équation de continuité de la mécanique des fluides. La méthode d'estimation a été validée expérimentalement sur des images synthétiques produites au moyen d'une simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes et sur des exemples réels montrant soit des écoulements expérimentaux soit des écoulements atmosphériques.

Dans un contexte purement météorologique, nous avons défini un estimateur de mouvement permettant d'extraire des champs de vents horizontaux stratifiés de couches atmosphériques. Cet estimateur couple un modèle de données qui s'appuie sur l'équation de conservation de la masse d'un modèle « *shallow-water* » et un terme de régularisation spatio-temporel issu de l'équation de conservation des moments de ce même modèle. Cet estimateur introduit également un couplage avec des données de vitesses extraites au moyen d'une technique de corrélation.

Afin de renforcer une consistance dynamique des solutions produites nous avons étudié des techniques permettant un suivi effectif de la carte de vorticité d'un écoulement fluide. Nous nous sommes en particulier investis sur deux cadres différents. Le premier vise à suivre la vorticité d'écoulements fluides dans des images au moyen de techniques de filtrage stochastique non linéaire. Le filtre que nous avons proposé combine un processus de diffusion issu d'une formulation stochastique de l'équation de Navier-Stokes sous sa forme vorticité-vitesse, et des observations de luminance extraites de la séquence d'images à des temps discrets. La non linéarité du système impose la mise en place d'une technique de filtrage adaptée. Le filtrage particulaire formulé dans un cadre continu apporte une réponse au problème. Afin de traiter un espace d'état de dimension raisonnable, le modèle de filtrage est construit à partir de la représentation réduite reposant sur des particules de vortex.

Le second type de méthodes auxquelles nous nous sommes intéressés vise à formuler ce problème de suivi dans le cadre des techniques d'assimilation de données variationnelles. Ce travail effectué dans le cadre de la thèse de Nicolas Papadakis, nous a permis de proposer une technique pour le suivi de courbes fermées et de leur champ de vitesses associés. Cette méthode permet un suivi relativement précis des cartes de vorticité et permet de lisser de façon satisfaisante les erreurs liées aux observations « images ». Dans le même contexte nous avons également mis en place une méthode permettant le suivi des modes temporels d'un modèle dynamique réduit. Les observations proviennent ici de coefficients modaux obtenus à partir d'une décomposition POD (*Proper Orthogonal Decomposition*) et de mesures de champs de vitesses bruitées. Les résultats obtenus permettent d'estimer avec précision les coefficients du système dynamique réduit sur un temps relativement long.

Hydrologie : Les images permettent aussi de détecter des traceurs lagrangiens, l'assimilation de ces objets fait partie des travaux de thèse de Marc Honnorat avec des écoulements fluviaux (en collaboration avec le CEMAGREF   Montpellier, Christian Puech). Ce travail porte sur l'assimilation de trajectoires de marqueurs passifs observés à partir d'images dans un fluide (par exemple des débris dérivant lors d'une inondation). La technique qui est proposée consiste à considérer les coordonnées des traceurs lagrangiens comme des variables d'état et d'avoir un système augmenté incluant les variables eulériennes et les variables lagrangiennes. La mise en œuvre présente un certain nombre de difficultés liées à la définition d'opérateur de projection faisant passer des variables eulériennes aux variables lagrangiennes à un instant donné. Un exemple a été construit sur l'identification d'obstacles à partir des seules mesures de surface. Les méthodes proposées ont été validées dans des configurations expérimentales réalisées à l'INSA de Lyon. La rédaction du mémoire de Marc Honnorat est actuellement

quasi terminée et la soutenance devrait avoir lieu au début de 2007. Dans notre groupe William Castaings soutiendra également sa thèse à la même époque, elle est consacrée à l'étude de sensibilité et l'assimilation de données en hydrologie. Dans ce travail il n'y a pas d'utilisation directe d'images, mais les travaux sont tout à fait complémentaires avec des interactions fortes.

Glaciologie : Les images (profils) radar basses fréquences obtenues par survol avion des calottes polaires permettent de reconstruire des couches dites isochrones, c'est-à-dire des surfaces d'un âge donné. Ces couches contiennent des informations indirectes sur l'écoulement de la glace. Les recherches effectuées ont été dirigées selon deux axes. Premièrement, des études théoriques ont été effectuées pour comprendre le lien entre champ de vitesse et géométrie des couches isochrones. L'influence de la géométrie du socle rocheux, des variations spatiales d'accumulation de surface, ou encore de la divergence latérales de l'écoulement ont été caractérisées [Parrenin et al., *J. Glaciology*, 2006]. Plus récemment, l'influence des variations horizontales de profils de vitesse a été déterminée [Parrenin and Hindmarsh, *submitted*], ce qui ouvre une nouvelle voie pour l'inversion de ces profils de vitesse à partir des couches isochrones. Deuxièmement, une méthode inverse a été développée pour reconstruire l'accumulation de surface des calottes polaires à partir des couches isochrones, en prenant en compte notamment les effets d'advection horizontale de la glace et de compression verticale des couches [Sacchetti et al., in prep.].

L'une des principales avancées du travail réalisé dans le cadre d'Assimage est d'avoir mis au point une méthodologie constructive en se ramenant à des techniques de contrôle optimal. Il est nécessaire de définir un espace d'images tel que sa dimension soit d'ordre raisonnable et qu'on puisse construire un opérateur de l'espace des solutions du modèle vers l'espace d'image. Une façon de construire l'espace d'image est de mettre en évidence des contours saillants : fronts, filaments et d'en donner une description dans une base de fonctions qui réduise autant que possible l'information. Nous avons choisi de travailler dans des bases de *curvelets* (travail de Jianwei Ma). La phase menée en parallèle est de projeter l'espace des solutions numérique du modèle dans l'espace des images : c'est le travail de post-doc de Lin Wu avec une équation de type Saint-Venant augmentée d'une équation de concentration représentant, par exemple, un polluant passif.

Le but ultime de l'assimilation est la prévision (par exemple en météorologie), laquelle ne prend de sens que si l'on est capable d'évaluer sa fiabilité : elle dépend de façon complexe des erreurs de modèles et des erreurs d'observations. Avec un même ensemble de données, la meilleure prévision n'est pas nécessairement associée au meilleur modèle. D'où la nécessité, pour les images aussi, d'étudier les propagations d'erreurs et d'estimer les adéquations modèles-images-données. Cette partie a été menée en parallèle, pour l'instant sans résultat pour les images, mais les techniques initialisées seront adaptées aux images.

5. Réalisations obtenues dans le cadre du projet

- Mise en place du site web Assimage (<http://www-rocq.inria.fr/clime/assimage>) avec un service de partage de données sécurisé.
- Organisation de cours d'initiation à l'assimilation de données pour chercheurs et doctorants Institut de Mécanique de Hanoi : Juillet 2006.
- Tutoriel AD dans le Cadre de CARI 06 Novembre 2006.

6. Réunions et Conférences organisées dans le cadre du projet

1. **19 janvier 04** : réunion de lancement.
2. **17 février 04** : assimilation de données images en océanographie.
3. **19 mars 04** : assimilation de données pour l'hydraulique fluviale.
4. **31 mars au 2 avril 04** : estimation du mouvement pour océanographie.
5. **6 juin 04** : deuxième réunion plénière Assimage .
6. **2 septembre 04** : réunion de préparation des journées ACI MD.
7. **27 octobre au 6 novembre 04** : visite du Professeur Korotaev océanographe.
8. **3 février au 4 février 05** : troisième réunion plénière Assimage.
9. **11 juillet au 13 juillet 05** : visite de Jianwei Ma spécialiste des ondelettes et curvelettes.
10. **18 juillet au 22 juillet 05** : visite Etienne Huot au *Marine Hydrophysical Institute* de Sébastopol (Ukraine).
11. **15 octobre au 15 novembre 2005** : séjour d'un mois du Professeur Korotaev au LMC à Grenoble.
12. **15 novembre au 18 novembre 2005** : visite du Professeur Korotaev à l'INRIA Rocquencourt.
13. **23 novembre 2005** : réunion des ACI à Bordeaux.
14. **1er juin 2006 au 15 juillet 2006** : séjour du Professeur Korotaev au LMC à Grenoble.
15. **29 juin 2006** : visite Etienne Huot au LMC à Grenoble.
16. **15 octobre 2006 à 14 novembre 2006** : séjour d'un mois du Professeur Korotaev au LMC à Grenoble.
17. **31 octobre 2006** : Séminaire Etienne Huot au MIP (laboratoire CNRS Mathématiques et Informatiques pour la Physique) de l'Université Paul Sabatier de Toulouse.

7. Contacts internationaux dans le cadre de ce projet

- Hussaini Youssuff , Sir John Lighthill Professor, CSIT, Florida State University
- Carl Wunnsch, Professor, Oceanography, MIT, USA
- Paul Borton, Professor, Chemical Engineering MIT, USA
- Luther White, Professor, Mathematics, University of Oklahoma, USA
- Victor Shutyaev, Institute of Numerical Mathematics, Académie des Science de Russie
- Gennady Korotaev, Océanographe, Académie des Sciences d'Ukraine.
- Ma Baogang, Institut de Traitement du Signal et LIAMA, Académie des Sciences, Chine.
- Richard Hindmarsh, British Antarctic Survey, UK.

8. Publications obtenues dans le cadre du projet

- Journaux internationaux
 - Th. Corpetti, D. Heitz, G. Arroyo, E. Mémin, A. Santa-Cruz. Fluid experimental flow estimation based on an optical-flow scheme. Int. Journ. Experiments in Fluid.
 - A. Cuzol, P. Hellier, and E. Mémin, A low dimensional fluid motion estimator, accepted for publication in Int. Journal of Computer Vision, 2006
 - I. Herlin, F. X. Le Dimet, E. Huot, and J. P. Berroir. Coupling models and data: which possibilities for remotely-sensed images? chapter e-Environment:

progress and challenges, pages 365-383.

Instituto Politécnico Nacional, México, 2004.

- C. Mazauric F.-X. Le Dimet, Data Assimilation in Hydraulics Model soumis pour publication.
- J. Ma, A. Antoniadis, F.-X. Le Dimet : Curvelet-Based Snake for Multiscale Detection and Tracking of Geophysical Fluids , IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing , Vol 45. , Issue 1 (2006).
- Parrenin F., R. Hindmarsh and F. Remy, Analytical solutions for the effect of topography, accumulation rate and flow divergence on isochrone layer geometry, J. Glaciol., vol. 52(177), p. 191-202, 2006.
- Parrenin, F. and R. Hindmarsh, The effect of a non-uniform velocity field upon isochrone geometry in a steady ice sheet, in preparation.
- Conférences internationales
 - TWAS Meeting , Beijing, November 2004 : F.-X. Le Dimet ; Propagation of Uncertainties in VAD
 - SIAM General Assembly Portland 2004 : F.-X. Le Dimet Control of Errors in Data Assimilation.
 - SIAM Conference on Control, Orlando, March 2005 F.-X. Le Dimet Second order methods in Data Assimilation.
 - EGU General Assembly Vienna, April 2005 : F.-X. Le Dimet, V. Shutyaev : Sensitivity Studies : a General Approach.
 - A. Cuzol, E. Mémin. Vortex and source particles for fluid motion estimation. In 5th Int. Conf. on Scale-Space and PDE methods in Computer Vision (Scale-Space'05), Hofgeismar, Germany, 2005.
 - A. Cuzol, E. Mémin. A stochastic filter for fluid motion tracking, Int. Conference On Computer Vision (ICCV'05), Beijing, Chine.
 - P. Heas, E. Memin, N. Papadakis Dense estimation of layer motions in the atmosphere, International Conference on Pattern Recognition, Hong-Kong, 2006
 - T. Isambert, J.P. Berroir, I. Herlin, and E. Huot. Apparent motion estimation for turbulent flows with vector spline interpolation. In XVII IMACS world congress, Scientific Computation Applied Mathematics and Simulation, Paris, July, 11-15 2005.
 - N. Papadakis, E. Mémin, F. Cao. A variational approach for object contour tracking. In Proc. ICCV'05 Workshop on Variational, Geometric and Level Set Methods in Computer Vision, Beijing, China, Octobre 2005.
 - E. Huot, T. Isambert, I. Herlin, J.-P Berroir, and G. Korotaev. Data Assimilation of Satellite Images within an Oceanographic Circulation Model. International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Toulouse, France, May, 14-19 2006.
 - F.-X. Le Dimet Prediction and Errors for Geophysical Fluids, PICOFO6, Nice
 - F.-X. Le Dimet : New Developments in Data Assimilation. Colloquium on Adjoint techniques. Russian Academy of Sciences. Moscou. June 2006
 - F.-X. Le Dimet : Data Assimilation : a global approach for geophysical fluids. . International Conference on Mesoscale processes in the Atmosphere, New-Delhi, May 2006
 - F.-X. Le Dimet, I. Herlin, E. Huot Towards the Assimilation of Images ICST Conference, Kanazawa, Japan, June 2006
 - I. Herlin, E. Huot, J.-P. Berroir, F.-X. Le Dimet, G. Korotaev Estimation of a Motion Field on Satellite Images from a Simplified Ocean Circulation Model.

- In. Proceedings of ICIP International Conference on Image Processing, Atlanta, USA, October 8-11 2006.
- F.-X. Le Dimet, V. Shutyaev, I Genazde : Analysis of Errors via Hessian CARI06, Cotonou, Bénin, November 2006
- L. Wu, F.-X. Le Dimet, Ph. De Reffye : A New mathematical formulation for plants structure dynamics.
- Parrenin F., R. Hindmarsh and F. Remy, Analytical solutions for the effect of topography, accumulation rate and flow divergence on isochrone layer geometry, IGS Symposium, Cambridge, 08/2006.
- Sacchetti M., F. Parrenin, O. Eisen, D. Steinhage, Reconstruction of past accumulation rates from internal layers around Kohlen station (Antarctica), IGS Symposium, Cambridge, 08/2006.
- Conférences nationales
 - A. Cuzol, E. Mémmin. Suivi de mouvement fluide par filtrage stochastique. In *15eme Congres Francophone AFRIF-AFIA de Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle, RFIA'06*, Tours, France, Jan. 2006
 - N. Papadakis, E. Mémin, F. Cao. Une approche variationnelle pour le suivi de contours. In *15eme Congres Francophone AFRIF-AFIA de Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle, RFIA'06, Tours, France, January. 2006*
 - T. Isambert, I. Herlin, J.-P. Berroir, and E. Huot. Estimation du mouvement fluide apparent dans un cadre de *splines* vectorielles. In *ORASIS*, Fournol, France, May, 23-26 2005.
 - E. Huot, I. Herlin, T. Isambert, G. Korotaev Assimilation de donnees images dans un modele de circulation oceanographique In Proceedings of RFIA, Tours, January, 2006, In French.
 - F.-X. Le Dimet, I. Herlin, E. Huot, E. Mémin, J. Monnier. Assimage : étude de techniques d'assimilations de données image dans des modèles de simulation de fluides géophysiques. In Colloque National sur l'Assimilation de Données, Toulouse, 9-10 Mai, 2006.
 - Parrenin F., E. Blayo, L. Debreu, F.-X. Le Dimet, O. Gagliardini, J. Jouzel, B. Legrésy, B. Lemieux, J. Monnier, F. Rémy, C. Ritz and M. Sacchetti, Conjonction de modèles et données pour l'étude des calottes polaires, Colloque National sur l'Assimilation de Données, Toulouse, 09-10/05/2006.
 - N. Papadakis, A. Cuzol, E. Mémin. Suivi du mouvement fluide: approche stochastique et variationnelle. In *Journées Activités Universitaires de Mécanique, AUM'06, La Rochelle, France, September 2006.*
- Autres publications (en relation avec l'assimilation)
 - Le Dimet, F.-X., Shutyaev, V.P., and Gejadze, I. On optimal solution error in variational data assimilation: theoretical aspects. *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling* (2006), v. 21, no. 2, 139--152.
 - Parmuzin, E.I., Le Dimet, F.-X., and Shutyaev, V.P. On error analysis in variational data assimilation problem for a nonlinear convection-diffusion model. *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling* (2006), v. 21, no.2, 1—12.
 - Le Dimet F.-X., Shutyaev V. Quality of the model and error analysis in variational data assimilation. In: Proceedings of the 4th WMO International Symposium on Assimilation of Observations in Meteorology and Oceanography, WMO/TD No-1316, Geneva: WMO, 2006, 1-4.
 - Le Dimet, F.-X., Shutyaev, V.P., and Gejadze, I. Analysis error via Hessian in variational data assimilation. 8 p. Presented to CARI06 (ARIMA Journal), 2006.