

## Stage de mastère 2ème année

### Solveurs pour des problèmes non-linéaires avec conditions de complémentarité

**Contexte :** De nombreux problèmes se modélisent à l'aide de contraintes de complémentarité :

$$a^\top b = 0, \quad a \geq 0, \quad b \geq 0,$$

où  $a$  et  $b$  sont des vecteurs de même dimension, fonctions non linéaires des inconnues du problème. On peut citer des problèmes de contact ou de changement de phase : dissolution-précipitation, gaz-liquide. On s'intéressera dans ce stage à un problème d'écoulement de deux phases – gaz et liquide – en milieu poreux avec deux composants l'eau et l'hydrogène [1]. Ce problème se rencontre dans la simulation de l'écoulement dans un site de stockage souterrain de déchets nucléaires. Il se modélise par un système d'équations aux dérivées partielles non-linéaires, dépendant du temps, avec des contraintes de complémentarité.

**Sujet du stage :** Dans les milieux industriels, ces problèmes sont souvent résolus numériquement de façon empirique en maintenant  $a$  et  $b$  positifs et en testant au cours des itérations de Newton si l'on se trouve dans un cas ou dans l'autre, c'est à dire si c'est  $a_i$  ou si c'est  $b_i$  qui est nul. Ces méthodes sont peu robustes et sont souvent mises en défaut.

Le stage commencera par faire le point sur les méthodes connues utilisées pour résoudre les problèmes de complémentarité, en particulier, celles qui utilisent les techniques de l'analyse non lisse et les méthodes de points intérieurs [2, 3]. Puis on proposera et implémentera une méthode robuste sans être trop chère qui permette de résoudre le problème de changement de phase en considération.

**Aspects pratiques :** Le stage durera 4 mois et sera rémunéré. Il se déroulera au sein du projet Estimate, à l'Inria, Domaine de Voluceau, Rocquencourt, BP 105, 78153 Le Chesnay cedex, <http://www-rocq.inria.fr/estimate>.

#### Encadrement et contacts :

- Jean-Charles Gilbert, Tél : 01 39 63 55 24, e-mail : [jean-charles.gilbert@inria.fr](mailto:jean-charles.gilbert@inria.fr),
- Jérôme Jaffré, Tél : 01 39 63 53 54, e-mail : [jerome.jaffre@inria.fr](mailto:jerome.jaffre@inria.fr).

**Perspectives :** Ce stage pourra se prolonger en la préparation d'un doctorat d'université.

#### Bibliographie

- [1] J. Bear, Y. Bachmat (1990). *Introduction to Modeling of Transport Phenomena in Porous Media*. Kluwer Academic Publishers.
- [2] S.C. Billups, S.P. Dirkse, M.C. Ferris (1997). A comparison of large-scale mixed complementarity problem solvers. *Computational Optimization and Applications*, 7, 3–25.
- [3] F. Facchinei, J.-S. Pang (2003). *Finite-Dimensional Variational Inequalities and Complementarity Problems* (deux volumes). Springer Series in Operations Research. Springer.