

Commande Robuste en Optique Adaptative

Lucie BAUDOIN
avec C. Prieur, D. Arzelier et F. Guignard

INRIA - Septembre 2007



- ▶ **Principe Général**
 - ▶ Dispositif d'Optique Adaptative
 - ▶ Analyseur de Surface d'Onde
- ▶ **Modélisation**
 - ▶ Miroir déformable
 - ▶ Turbulence atmosphérique
 - ▶ Formalisme d'état
- ▶ **Contrôle robuste en dimension infinie**
- ▶ **Application numérique**
 - ▶ Passage à la dimension finie
 - ▶ Résultats

- ▶ **Principe Général**
 - ▶ Dispositif d'Optique Adaptative
 - ▶ Analyseur de Surface d'Onde
- ▶ **Modélisation**
 - ▶ Miroir déformable
 - ▶ Turbulence atmosphérique
 - ▶ Formalisme d'état
- ▶ **Contrôle robuste en dimension infinie**
- ▶ **Application numérique**
 - ▶ Passage à la dimension finie
 - ▶ Résultats

- ▶ **Principe Général**
 - ▶ Dispositif d'Optique Adaptative
 - ▶ Analyseur de Surface d'Onde
- ▶ **Modélisation**
 - ▶ Miroir déformable
 - ▶ Turbulence atmosphérique
 - ▶ Formalisme d'état
- ▶ **Contrôle robuste en dimension infinie**
- ▶ **Application numérique**
 - ▶ Passage à la dimension finie
 - ▶ Résultats

- ▶ **Principe Général**
 - ▶ Dispositif d'Optique Adaptative
 - ▶ Analyseur de Surface d'Onde
- ▶ **Modélisation**
 - ▶ Miroir déformable
 - ▶ Turbulence atmosphérique
 - ▶ Formalisme d'état
- ▶ **Contrôle robuste en dimension infinie**
- ▶ **Application numérique**
 - ▶ Passage à la dimension finie
 - ▶ Résultats

► Objectif d'un système d'optique adaptative :

Corriger en temps réel la netteté des images obtenues
par des télescopes terrestres

► Contrainte :

La résolution d'un télescope est limitée non par la diffraction
mais par la turbulence atmosphérique

► Solution existante :

Seuls des systèmes statiques et empiriques sont utilisés

► Motivation :

Miroirs de plus en plus grand avec beaucoup d'actionneurs

▶ Objectif d'un système d'optique adaptative :

Corriger en temps réel la netteté des images obtenues
par des télescopes terrestres

▶ Contrainte :

La résolution d'un télescope est limitée non par la diffraction
mais par la turbulence atmosphérique

▶ Solution existante :

Seuls des systèmes statiques et empiriques sont utilisés

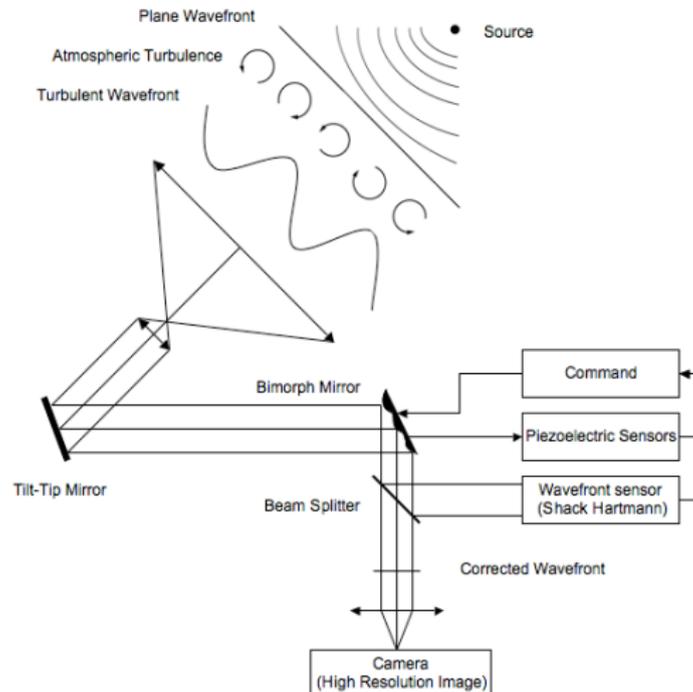
▶ Motivation :

Miroirs de plus en plus grand avec beaucoup d'actionneurs

- ▶ Objectif d'un système d'optique adaptative :
Corriger en temps réel la netteté des images obtenues par des télescopes terrestres
- ▶ Contrainte :
La résolution d'un télescope est limitée non par la diffraction mais par la turbulence atmosphérique
- ▶ Solution existante :
Seuls des systèmes statiques et empiriques sont utilisés
- ▶ Motivation :
Miroirs de plus en plus grand avec beaucoup d'actionneurs

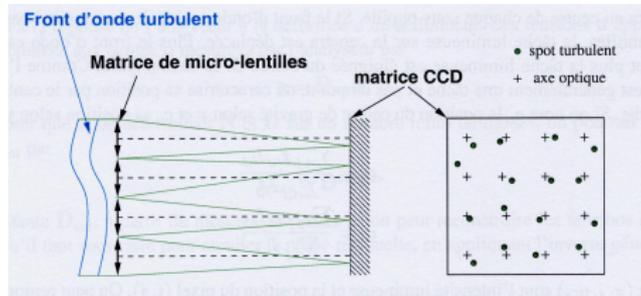
- ▶ Objectif d'un système d'optique adaptative :
Corriger en temps réel la netteté des images obtenues par des télescopes terrestres
- ▶ Contrainte :
La résolution d'un télescope est limitée non par la diffraction mais par la turbulence atmosphérique
- ▶ Solution existante :
Seuls des systèmes statiques et empiriques sont utilisés
- ▶ Motivation :
Miroirs de plus en plus grand avec beaucoup d'actionneurs

Principe général



Analyseur de Surface d'Onde

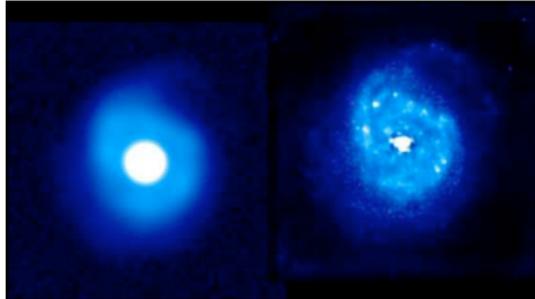
l'Analyseur de Shack-Hartmann



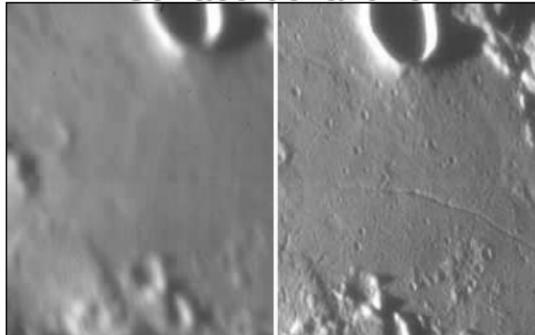
mesure la déformation du miroir *a posteriori*.

Correction apportée par un système d'OA

Galaxie NGC 7469



Surface de la lune



Modélisation du miroir déformable

Modèle de type edp - C. Prieur, M. Lenczner.

▶ Avant homogénéisation :

▶ Motif $Y =$ plaque mince $\left(\begin{array}{l} \text{couche élastique réfléchissante} \\ \text{couche de capteurs piézo} \\ \text{couche d'actionneurs piézo} \end{array} \right)$ de taille ε

▶ Variables du problème

$u^\varepsilon =$ tension imposée sur les inclusions actionneurs

$e^\varepsilon =$ déplacement vertical de la plaque

▶ Convergence à deux échelles ($\varepsilon \rightarrow 0$) :

▶ modèle microscopique - localisé en Y

▶ modèle macroscopique - homogénéisé.

▶ Equation des plaques pour le déplacement transversal e :

$$\rho \partial_{tt}^2 e + Q_1 \Delta^2 e + Q_2 e = \tilde{d}_{31} \Delta u$$

$\rho =$ densité surfacique, $Q_1 =$ rigidité flexionnelle, $Q_2 =$ terme correctif

Modélisation du miroir déformable

Modèle de type edp - C. Prieur, M. Lenczner.

▶ Avant homogénéisation :

▶ Motif $Y =$ plaque mince $\left(\begin{array}{l} \text{couche élastique réfléchissante} \\ \text{couche de capteurs piézo} \\ \text{couche d'actionneurs piézo} \end{array} \right)$ de taille ε

▶ Variables du problème

$u^\varepsilon =$ tension imposée sur les inclusions actionneurs

$e^\varepsilon =$ déplacement vertical de la plaque

▶ Convergence à deux échelles ($\varepsilon \rightarrow 0$) :

▶ modèle microscopique - localisé en Y

▶ modèle macroscopique - homogénéisé.

▶ Equation des plaques pour le déplacement transversal e :

$$\rho \partial_{tt}^2 e + Q_1 \Delta^2 e + Q_2 e = \tilde{d}_{31} \Delta u$$

$\rho =$ densité surfacique, $Q_1 =$ rigidité flexionnelle, $Q_2 =$ terme correctif

Modélisation du miroir déformable

Modèle de type edp - C. Prieur, M. Lenczner.

▶ Avant homogénéisation :

▶ Motif $Y =$ plaque mince $\left(\begin{array}{l} \text{couche élastique réfléchissante} \\ \text{couche de capteurs piézo} \\ \text{couche d'actionneurs piézo} \end{array} \right)$ de taille ε

▶ Variables du problème

$u^\varepsilon =$ tension imposée sur les inclusions actionneurs

$e^\varepsilon =$ déplacement vertical de la plaque

▶ Convergence à deux échelles ($\varepsilon \rightarrow 0$) :

▶ modèle microscopique - localisé en Y

▶ modèle macroscopique - homogénéisé.

▶ Equation des plaques pour le déplacement transversal e :

$$\rho \partial_{tt}^2 e + Q_1 \Delta^2 e + Q_2 e = \tilde{d}_{31} \Delta u$$

$\rho =$ densité surfacique, $Q_1 =$ rigidité flexionnelle, $Q_2 =$ terme correctif

Modélisation du miroir déformable

Modèle de type edp - C. Prieur, M. Lenczner.

- ▶ Avant homogénéisation :

- ▶ Motif $Y =$ plaque mince $\left(\begin{array}{l} \text{couche élastique réfléchissante} \\ \text{couche de capteurs piézo} \\ \text{couche d'actionneurs piézo} \end{array} \right)$ de taille ε

- ▶ Variables du problème

$u^\varepsilon =$ tension imposée sur les inclusions actionneurs

$e^\varepsilon =$ déplacement vertical de la plaque

- ▶ Convergence à deux échelles ($\varepsilon \rightarrow 0$) :

- ▶ modèle microscopique - localisé en Y
- ▶ modèle macroscopique - homogénéisé.

- ▶ Equation des plaques pour le déplacement transversal e :

$$\rho \partial_{tt}^2 e + Q_1 \Delta^2 e + Q_2 e = \tilde{d}_{31} \Delta u$$

$\rho =$ densité surfacique, $Q_1 =$ rigidité flexionnelle, $Q_2 =$ terme correctif

- ▶ $e = e(t, x)$ avec $x \in \Omega$ et le miroir Ω est un disque de rayon a .
- ▶ Conditions de bord libre pour $e \in H_{bc}^2(\Omega)$ en coord. polaire :

$$\frac{\partial^2 e}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial e}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 e}{\partial \theta^2} \right) \Big|_{r=a} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\Delta e) + \frac{1}{r} (1 - \nu) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial e}{\partial \theta} \right) \Big|_{r=a} = 0$$

- ▶ Produit scalaire en coord. cartésiennes $(x_1, x_2) \in \Omega$:

$$\langle u, v \rangle_{H_{bc}^2(\Omega)} = \int_{\Omega} \Delta u \Delta v - (1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} \right) + 2(1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} \frac{\partial^2 v}{\partial x_1 \partial x_2} \right) dx_1 dx_2.$$

- ▶ $e = e(t, x)$ avec $x \in \Omega$ et le miroir Ω est un disque de rayon a .
- ▶ Conditions de bord libre pour $e \in H_{bc}^2(\Omega)$ en coord. polaire :

$$\frac{\partial^2 e}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial e}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 e}{\partial \theta^2} \right) \Big|_{r=a} = 0$$

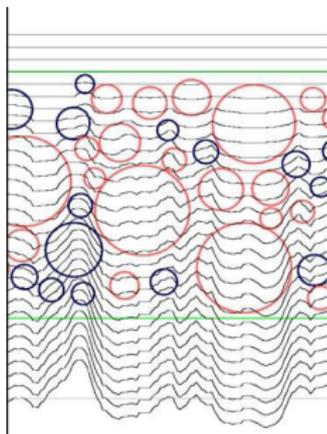
$$\frac{\partial}{\partial r} (\Delta e) + \frac{1}{r} (1 - \nu) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial e}{\partial \theta} \right) \Big|_{r=a} = 0$$

- ▶ Produit scalaire en coord. cartésiennes $(x_1, x_2) \in \Omega$:

$$\begin{aligned} \langle u, v \rangle_{H_{bc}^2(\Omega)} &= \int_{\Omega} \Delta u \Delta v - (1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} \right) \\ &\quad + 2(1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} \frac{\partial^2 v}{\partial x_1 \partial x_2} \right) dx_1 dx_2. \end{aligned}$$

Modélisation de la turbulence atmosphérique

Phénomène aléatoire générant ϕ_{tur} :



Théorie de Kolmogorov :
densité spectrale de puissance

$$W_{\phi_{\text{tur}}}(f) = 7.2 \times 10^{-3} \left(\frac{D}{r_0} \right) f^{-\frac{11}{3}}$$

Equation Stochastique pour un modèle
dynamique représentant ϕ_{tur} :

$$\partial_t \phi_{\text{tur}} = F \phi_{\text{tur}} + G \omega_{\text{tur}}$$

- ▶ Décomposition sur les modes de Zernike
- ▶ Utilisation d'un filtre formeur

i	$Z_i(r, \theta)$	Name
0	1	Piston
1	$2 \frac{r}{a} \cos \theta$	y tilt
2	$2 \frac{r}{a} \sin \theta$	x tilt
3	$\sqrt{3} \left(2 \left(\frac{r}{a} \right)^2 - 1 \right)$	Focus
4	$\sqrt{6} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \cos 2\theta$	Astigmatism
5	$\sqrt{6} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \sin 2\theta$	Astigmatism
6	$\sqrt{8} \left(3 \left(\frac{r}{a} \right)^3 - 2 \frac{r}{a} \cos \theta \right)$	Pure coma
7	$\sqrt{8} \left(3 \left(\frac{r}{a} \right)^3 - 2 \frac{r}{a} \sin \theta \right)$	Pure coma
8	$\sqrt{5} \left(6 \left(\frac{r}{a} \right)^4 - 6 \left(\frac{r}{a} \right)^2 + 1 \right)$	Spherical

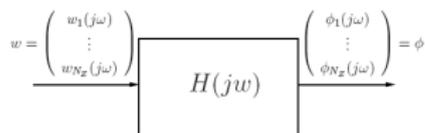
$$\phi_{\text{tur}}(r, \theta, t) \approx \sum_{i=3}^{N_Z} \phi_i(t) Z_i(r, \theta)$$

Construction d'une représentation d'état :

$$\partial_t \phi = F\phi + Gw.$$

$\phi = (\phi_3, \dots, \phi_{N_Z})$, $w = (w_3, \dots, w_{N_Z})$
un bruit blanc gaussien de moyenne nulle.

Filtre formeur de la forme :



- Calcul des matrices F et G
- Fréquence de coupure temporelle des Z_i

$$f_{c_i} = 0.3(n_i + 1) \frac{V}{2a}$$

n_i ordre radial de Z_i , V vitesse moyenne du vent. On obtient

$$F = \text{diag}_i(-2\pi f_{c_i})$$

puis (Lyapunov - état stable)

$$GG' = -(FP + PF')$$

avec $P = \text{cov}(\phi_i, \phi_j)$.

i	$Z_i(r, \theta)$	Name
0	1	Piston
1	$2 \frac{r}{a} \cos \theta$	y tilt
2	$2 \frac{r}{a} \sin \theta$	x tilt
3	$\sqrt{3} \left(2 \left(\frac{r}{a} \right)^2 - 1 \right)$	Focus
4	$\sqrt{6} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \cos 2\theta$	Astigmatism
5	$\sqrt{6} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \sin 2\theta$	Astigmatism
6	$\sqrt{8} \left(3 \left(\frac{r}{a} \right)^3 - 2 \frac{r}{a} \right) \cos \theta$	Pure coma
7	$\sqrt{8} \left(3 \left(\frac{r}{a} \right)^3 - 2 \frac{r}{a} \right) \sin \theta$	Pure coma
8	$\sqrt{5} \left(6 \left(\frac{r}{a} \right)^4 - 6 \left(\frac{r}{a} \right)^2 + 1 \right)$	Spherical

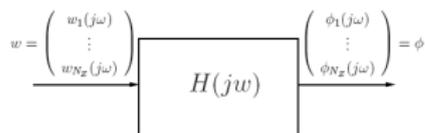
$$\phi_{\text{tur}}(r, \theta, t) \approx \sum_{i=3}^{N_Z} \phi_i(t) Z_i(r, \theta)$$

Construction d'une représentation d'état :

$$\partial_t \phi = F\phi + Gw.$$

$\phi = (\phi_3, \dots, \phi_{N_Z})$, $w = (w_3, \dots, w_{N_Z})$
un bruit blanc gaussien de moyenne nulle.

Filtre formeur de la forme :



- Calcul des matrices F et G
- Fréquence de coupure temporelle des Z_i

$$f_{c_i} = 0.3(n_i + 1) \frac{V}{2a}$$

n_i ordre radial de Z_i , V vitesse moyenne du vent. On obtient

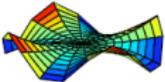
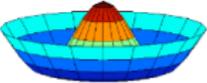
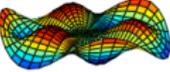
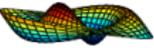
$$F = \text{diag}_i(-2\pi f_{c_i})$$

puis (Lyapunov - état stable)

$$GG' = -(FP + PF')$$

avec $P = \text{cov}(\phi_i, \phi_j)$.

Modes de Zernike

Mode 1, ($k = 2, j = 0$)	Mode 3, ($k = 0, j = 1$)	Mode 4, ($k = 3, j = 0$)
		
Mode 6, ($k = 1, j = 1$)	Mode 8, ($k = 4, j = 0$)	Mode 12, ($k = 2, j = 1$)
		
Mode 14, ($k = 0, j = 2$)	Mode 17, ($k = 3, j = 1$)	Mode 19, ($k = 1, j = 2$)
		

Formalisme d'état (en dimension infinie)

$$\begin{cases} x' = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z = C_1 x + D_{12} u \\ y = C_2 x + D_{21} w \end{cases}$$

$x = (e, \partial_t e, \phi_{\text{tur}})$ où $e =$ *déplacement vertical de la poutre*

$w = (w_{\text{mod}}, w_{\text{SH}}, w_{\text{tur}}, w_{\text{piezo}}) =$ *perturbations*

$u =$ *tension de contrôle*

$z = (\phi_{\text{res}}, u) =$ *sortie à contrôler*

$y = (y_{\text{pe}}, y_{\text{SH}}) =$ *(sortie piézoélectrique, sortie de l'analyseur)*

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ -\frac{Q_1}{\rho} \Delta^2 - \frac{Q_2}{\rho} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{F} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\tilde{d}_{31}}{\rho} \Delta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D_{12} = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}$$

$$C_2 = \begin{pmatrix} \tilde{e}_{31} \Delta & 0 & 0 \\ -\frac{4\pi}{\lambda} D & 0 & D \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{G} & 0 \end{pmatrix} \quad C_1 = \begin{pmatrix} -\frac{4\pi}{\lambda} I & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad D_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & d \\ 0 & c & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Formalisme d'état (en dimension infinie)

$$\begin{cases} x' = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z = C_1 x + D_{12} u \\ y = C_2 x + D_{21} w \end{cases}$$

$x = (e, \partial_t e, \phi_{\text{tur}})$ où $e =$ *déplacement vertical de la poutre*

$w = (w_{\text{mod}}, w_{\text{SH}}, w_{\text{tur}}, w_{\text{piezo}}) =$ *perturbations*

$u =$ *tension de contrôle*

$z = (\phi_{\text{res}}, u) =$ *sortie à contrôler*

$y = (y_{\text{pe}}, y_{\text{SH}}) =$ *(sortie piézoélectrique, sortie de l'analyseur)*

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ -\frac{Q_1}{\rho} \Delta^2 - \frac{Q_2}{\rho} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{F} \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{d}_{31} \Delta \\ \rho \\ 0 \end{pmatrix} \quad D_{12} = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}$$

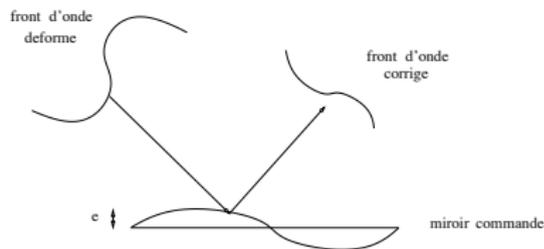
$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{G} & 0 \end{pmatrix} \quad C_1 = \begin{pmatrix} -\frac{4\pi}{\lambda} I & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C_2 = \begin{pmatrix} \tilde{e}_{31} \Delta & 0 & 0 \\ -\frac{4\pi}{\lambda} D & 0 & D \end{pmatrix}$$

$$D_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & d \\ 0 & c & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Tous les opérateurs sont construits par l'intermédiaire des informations suivantes :

- ▶ Perturbation du modèle w_{mod} et w_{tur} ,
 des mesures de l'analyseur w_{SH} et des capteurs w_{piezo} .
- ▶ Equation des poutres : $\partial_{tt}e + Q_1\Delta^2e + Q_2e = \tilde{d}_{31}\Delta u + bpw_{\text{mod}}$
 Turbulence atmosphérique : $\partial_t\phi_{\text{tur}} = \mathcal{F}\phi_{\text{tur}} + \mathcal{G}w_{\text{tur}} \Rightarrow A, B_1 \text{ et } B_2.$
- ▶ Sortie optique à contrôler : $\phi_{\text{res}} = -\frac{4\pi}{\lambda}e + \phi_{\text{tur}}$
 Amplitude du contrôle : $u \Rightarrow C_1 \text{ et } D_{12}.$
- ▶ Sortie piézoélectrique du modèle : $y_{\text{pe}} = \tilde{e}_{31}\Delta e + dw_{\text{piezo}}$
 Sortie de l'analyseur de Shack Hartmann : $y_{\text{SH}} = -\frac{4\pi}{\lambda}e + \phi_{\text{tur}} + cw_{\text{SH}} \Rightarrow C_2 \text{ et } D_{21}.$

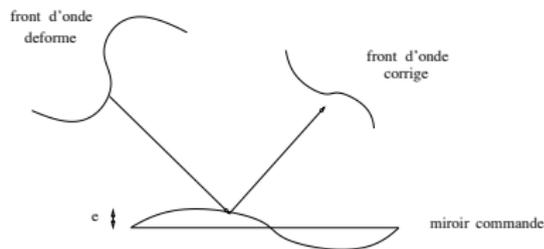
$$\begin{cases} x' = Ax + B_1w + B_2u \\ z = C_1x + D_{12}u \\ y = C_2x + D_{21}w \end{cases}$$



Tous les opérateurs sont construits par l'intermédiaire des informations suivantes :

- ▶ Perturbation du modèle w_{mod} et w_{tur} ,
 des mesures de l'analyseur w_{SH} et des capteurs w_{piezo} .
- ▶ Equation des poutres : $\partial_{tt}e + Q_1\Delta^2e + Q_2e = \tilde{d}_{31}\Delta u + bpw_{\text{mod}}$
 Turbulence atmosphérique : $\partial_t\phi_{\text{tur}} = \mathcal{F}\phi_{\text{tur}} + \mathcal{G}w_{\text{tur}} \Rightarrow A, B_1 \text{ et } B_2.$
- ▶ Sortie optique à contrôler : $\phi_{\text{res}} = -\frac{4\pi}{\lambda}e + \phi_{\text{tur}}$
 Amplitude du contrôle : $u \Rightarrow C_1 \text{ et } D_{12}.$
- ▶ Sortie piézoélectrique du modèle : $y_{\text{pe}} = \tilde{e}_{31}\Delta e + dw_{\text{piezo}}$
 Sortie de l'analyseur de Shack Hartmann : $y_{\text{SH}} = -\frac{4\pi}{\lambda}e + \phi_{\text{tur}} + cw_{\text{SH}} \Rightarrow C_2 \text{ et } D_{21}.$

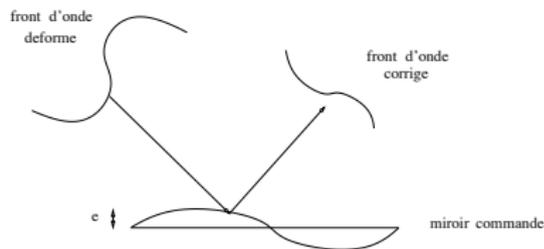
$$\begin{cases} x' = Ax + B_1w + B_2u \\ z = C_1x + D_{12}u \\ y = C_2x + D_{21}w \end{cases}$$



Tous les opérateurs sont construits par l'intermédiaire des informations suivantes :

- ▶ Perturbation du modèle w_{mod} et w_{tur} ,
 des mesures de l'analyseur w_{SH} et des capteurs w_{piezo} .
- ▶ Equation des poutres : $\partial_{tt}e + Q_1\Delta^2e + Q_2e = \tilde{d}_{31}\Delta u + bpw_{\text{mod}}$
 Turbulence atmosphérique : $\partial_t\phi_{\text{tur}} = \mathcal{F}\phi_{\text{tur}} + \mathcal{G}w_{\text{tur}} \Rightarrow A, B_1 \text{ et } B_2.$
- ▶ Sortie optique à contrôler : $\phi_{\text{res}} = -\frac{4\pi}{\lambda}e + \phi_{\text{tur}}$
 Amplitude du contrôle : $u \Rightarrow C_1 \text{ et } D_{12}.$
- ▶ Sortie piézoélectrique du modèle : $y_{\text{pe}} = \tilde{e}_{31}\Delta e + dw_{\text{piezo}}$
 Sortie de l'analyseur de Shack Hartmann : $y_{\text{SH}} = -\frac{4\pi}{\lambda}e + \phi_{\text{tur}} + cw_{\text{SH}} \Rightarrow C_2 \text{ et } D_{21}.$

$$\begin{cases} x' = Ax + B_1w + B_2u \\ z = C_1x + D_{12}u \\ y = C_2x + D_{21}w \end{cases}$$



Tous les opérateurs sont construits par l'intermédiaire des informations suivantes :

- ▶ Perturbation du modèle w_{mod} et w_{tur} ,
 des mesures de l'analyseur w_{SH} et des capteurs w_{piezo} .
- ▶ Equation des poutres : $\partial_{tt}e + Q_1\Delta^2e + Q_2e = \tilde{d}_{31}\Delta u + bpw_{\text{mod}}$
 Turbulence atmosphérique : $\partial_t\phi_{\text{tur}} = \mathcal{F}\phi_{\text{tur}} + \mathcal{G}w_{\text{tur}} \Rightarrow A, B_1 \text{ et } B_2.$
- ▶ Sortie optique à contrôler : $\phi_{\text{res}} = -\frac{4\pi}{\lambda}e + \phi_{\text{tur}}$
 Amplitude du contrôle : $u \Rightarrow C_1 \text{ et } D_{12}.$
- ▶ Sortie piézoélectrique du modèle : $y_{\text{pe}} = \tilde{e}_{31}\Delta e + dw_{\text{piezo}}$
 Sortie de l'analyseur de Schack Hartmann : $y_{\text{SH}} = -\frac{4\pi}{\lambda}e + \phi_{\text{tur}} + cw_{\text{SH}} \Rightarrow C_2 \text{ et } D_{21}.$

$$\begin{cases} x' = Ax + B_1w + B_2u \\ z = C_1x + D_{12}u \\ y = C_2x + D_{21}w \end{cases}$$

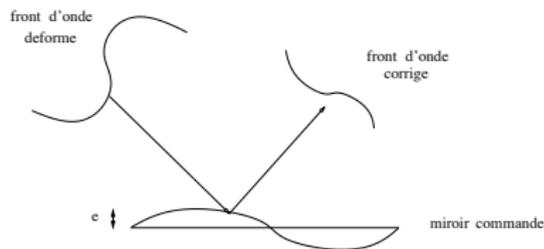
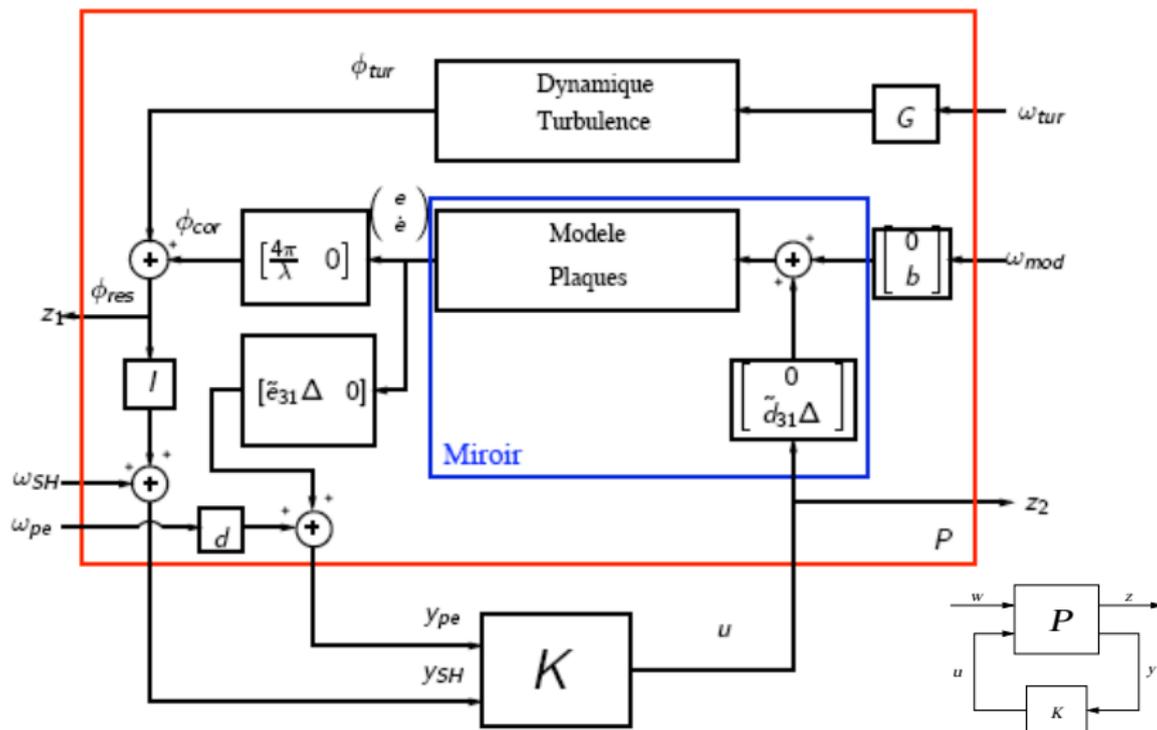


Schéma d'asservissement



Références

- ▶ **Modèle mathématique**
 - ▶ LIONS et DUVAUT, 1972 - Les inéquations en Méca. et Phys.
 - ▶ LIONS et MAGENES, 1968 - Pb aux Limites non Homogènes
- ▶ Contrôle H_∞ en dimension infinie
 - ▶ BENSOUSSAN et BERNHARD, 1993
 - ▶ VAN KEULEN, 1994
- ▶ Optique Adaptative
 - ▶ RODDIER, 1999 - Adaptive Optics in Astronomy
 - ▶ PASCHALL et ANDERSON, 1993
 - ▶ MILLER et GROCCOTT, 1999
 - ▶ FRAZIER, TYSON, SMITH et ROCHE, 2004

Références

- ▶ **Modèle mathématique**
 - ▶ LIONS et DUVAUT, 1972 - Les inéquations en Méca. et Phys.
 - ▶ LIONS et MAGENES, 1968 - Pb aux Limites non Homogènes
- ▶ **Contrôle H_∞ en dimension infinie**
 - ▶ BENSOUSSAN et BERNHARD, 1993
 - ▶ VAN KEULEN, 1994
- ▶ **Optique Adaptative**
 - ▶ RODDIER, 1999 - Adaptive Optics in Astronomy
 - ▶ PASCHALL et ANDERSON, 1993
 - ▶ MILLER et GROCOTT, 1999
 - ▶ FRAZIER, TYSON, SMITH et ROCHE, 2004

Références

- ▶ **Modèle mathématique**
 - ▶ LIONS et DUVAUT, 1972 - Les inéquations en Méca. et Phys.
 - ▶ LIONS et MAGENES, 1968 - Pb aux Limites non Homogènes
- ▶ **Contrôle H_∞ en dimension infinie**
 - ▶ BENSOUSSAN et BERNHARD, 1993
 - ▶ VAN KEULEN, 1994
- ▶ **Optique Adaptative**
 - ▶ RODDIER, 1999 - Adaptive Optics in Astronomy
 - ▶ PASCHALL et ANDERSON, 1993
 - ▶ MILLER et GROCCOTT, 1999
 - ▶ FRAZIER, TYSON, SMITH et ROCHE, 2004

Contrôle Robuste en dimension infinie

Théorème : Cadre

- ▶ X, U, W, Z et Y sont des Hilberts séparables
- ▶ A generateur infinitesimal d'un C_0 -semi-groupe sur X ie
Si $x_0 \in X$ alors il existe une solution unique $x \in C([0, T]; X) \cap C^1(0, T; X)$ pour l'équation $x' = Ax$ avec donnée initiale $x(0) = x_0$.
- ▶ $B_1 \in \mathcal{L}(W, X), B_2 \in \mathcal{L}(U, X), C_1 \in \mathcal{L}(X, Z), D_{12} \in \mathcal{L}(U, Z), \dots$

Système avec retour de mesure

$$\begin{cases} x'(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t), & x(0) = x_0 \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{12} u(t), \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t), & t \geq 0. \end{cases}$$

On cherche un contrôleur \mathcal{K} qui stabilise ce système et garantisse $\|w \mapsto z\| < \gamma$.

Il prend la forme :

$$\begin{cases} p'(t) &= Mp(t) + Ny(t), & p(0) = p_0 \\ u(t) &= Lp(t) + Ry(t), & t \geq 0. \end{cases}$$

Théorème : Cadre

- ▶ X, U, W, Z et Y sont des Hilberts séparables
- ▶ A generateur infinitesimal d'un C_0 -semi-groupe sur X ie
Si $x_0 \in X$ alors il existe une solution unique $x \in C([0, T]; X) \cap C^1(0, T; X)$ pour l'équation $x' = Ax$ avec donnée initiale $x(0) = x_0$.
- ▶ $B_1 \in \mathcal{L}(W, X), B_2 \in \mathcal{L}(U, X), C_1 \in \mathcal{L}(X, Z), D_{12} \in \mathcal{L}(U, Z), \dots$

Système avec retour de mesure

$$\begin{cases} x'(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t), & x(0) = x_0 \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{12} u(t), \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t), & t \geq 0. \end{cases}$$

On cherche un contrôleur \mathcal{K} qui stabilise ce système et garantisse $\|w \mapsto z\| < \gamma$.

Il prend la forme :

$$\begin{cases} p'(t) &= Mp(t) + Ny(t), & p(0) = p_0 \\ u(t) &= Lp(t) + Ry(t), & t \geq 0. \end{cases}$$

Théorème : Cadre

- ▶ X, U, W, Z et Y sont des Hilberts séparables
- ▶ A generateur infinitesimal d'un C_0 -semi-groupe sur X ie
Si $x_0 \in X$ alors il existe une solution unique $x \in C([0, T]; X) \cap C^1(0, T; X)$ pour l'équation $x' = Ax$ avec donnée initiale $x(0) = x_0$.
- ▶ $B_1 \in \mathcal{L}(W, X), B_2 \in \mathcal{L}(U, X), C_1 \in \mathcal{L}(X, Z), D_{12} \in \mathcal{L}(U, Z), \dots$

Système avec retour de mesure

$$\begin{cases} x'(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t), & x(0) = x_0 \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{12} u(t), \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t), & t \geq 0. \end{cases}$$

On cherche un contrôleur \mathcal{K} qui stabilise ce système et garantisse $\|w \mapsto z\| < \gamma$.

Il prend la forme :

$$\begin{cases} p'(t) &= Mp(t) + Ny(t), & p(0) = p_0 \\ u(t) &= Lp(t) + Ry(t), & t \geq 0. \end{cases}$$

Théorème

Il existe un contrôleur \mathcal{K} qui stabilise ce système tq $\|w \mapsto z\| < \gamma$
 \Leftrightarrow il existe deux opérateurs définis positifs P et $Q \in \mathcal{L}(X)$ vérifiant

$$(i) \quad A^*P + PA + P(\gamma^{-2}B_1B_1^* - B_2B_2^*)P + C_1^*C_1 = 0$$

et $A + (\gamma^{-2}B_1B_1^* - B_2B_2^*)P$ *genère un semi-groupe stable*,

$$(ii) \quad AQ + QA^* + Q(\gamma^{-2}C_1^*C_1 - C_2^*C_2)Q + B_1B_1^* = 0$$

et $A^* + (\gamma^{-2}C_1^*C_1 - C_2^*C_2)Q$ *genère un semi-groupe stable*,

$$(iii) \quad r_\sigma(PQ) < \gamma^2.$$

Dans ce cas, le contrôleur \mathcal{K} est donné par

$$M = A + (\gamma^{-2}B_1B_1^* - B_2B_2^*)P - Q(I - \gamma^{-2}PQ)^{-1}C_2^*C_2$$

$$N = -Q(I - \gamma^{-2}PQ)^{-1}C_2^*$$

$$L = B_2^*P$$

$$R = 0.$$

Théorème

Il existe un contrôleur \mathcal{K} qui stabilise ce système tq $\|w \mapsto z\| < \gamma$
 \Leftrightarrow il existe deux opérateurs définis positifs P et $Q \in \mathcal{L}(X)$ vérifiant

$$(i) \quad A^*P + PA + P(\gamma^{-2}B_1B_1^* - B_2B_2^*)P + C_1^*C_1 = 0$$

et $A + (\gamma^{-2}B_1B_1^* - B_2B_2^*)P$ *genère un semi-groupe stable*,

$$(ii) \quad AQ + QA^* + Q(\gamma^{-2}C_1^*C_1 - C_2^*C_2)Q + B_1B_1^* = 0$$

et $A^* + (\gamma^{-2}C_1^*C_1 - C_2^*C_2)Q$ *genère un semi-groupe stable*,

$$(iii) \quad r_\sigma(PQ) < \gamma^2.$$

Dans ce cas, le contrôleur \mathcal{K} est donné par

$$M = A + (\gamma^{-2}B_1B_1^* - B_2B_2^*)P - Q(I - \gamma^{-2}PQ)^{-1}C_2^*C_2$$

$$N = -Q(I - \gamma^{-2}PQ)^{-1}C_2^*$$

$$L = B_2^*P$$

$$R = 0.$$

Application

Ce théorème s'applique à notre situation :

- ▶ On a existence et unicité d'une solution d'énergie finie :
méthodes standard de semi-groupes : A est la somme d'un opérateur autoadjoint, surjectif et dissipatif et d'un opérateur borné...
- ▶ Les opérateurs $B_1, B_2, C_1, D_{12}, C_2$ et D_{21} sont bornés :
inégalité de Poincaré

On travaille dans les espaces fonctionnels suivants :

- ▶ Espace d'état : $X = H_{bc}^2(\Omega) \times L^2(\Omega)$
- ▶ $W = (L^2(\Omega))^4$
- ▶ $U = H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$
- ▶ $Y = Z = (L^2(\Omega))^2$

Application

Ce théorème s'applique à notre situation :

- ▶ On a existence et unicité d'une solution d'énergie finie :
méthodes standard de semi-groupes : A est la somme d'un opérateur autoadjoint, surjectif et dissipatif et d'un opérateur borné...
- ▶ Les opérateurs $B_1, B_2, C_1, D_{12}, C_2$ et D_{21} sont bornés :
inégalité de Poincaré

On travaille dans les espaces fonctionnels suivants :

- ▶ Espace d'état : $X = H_{bc}^2(\Omega) \times L^2(\Omega)$
- ▶ $W = (L^2(\Omega))^4$
- ▶ $U = H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$
- ▶ $Y = Z = (L^2(\Omega))^2$

Application

Ce théorème s'applique à notre situation :

- ▶ On a existence et unicité d'une solution d'énergie finie :
méthodes standard de semi-groupes : A est la somme d'un opérateur autoadjoint, surjectif et dissipatif et d'un opérateur borné...
- ▶ Les opérateurs $B_1, B_2, C_1, D_{12}, C_2$ et D_{21} sont bornés :
inégalité de Poincaré

On travaille dans les espaces fonctionnels suivants :

- ▶ Espace d'état : $X = H_{bc}^2(\Omega) \times L^2(\Omega)$
- ▶ $W = (L^2(\Omega))^4$
- ▶ $U = H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$
- ▶ $Y = Z = (L^2(\Omega))^2$

Application Numérique

Base Hilbertienne de $H_{bc}^2(\Omega)$

Formée des vecteurs propres de Δ^2 (avec bord $\mathcal{C}(0, a)$ libre) :

$$\begin{aligned}z_{kj}^1(r, \theta) &= a_{kj} \left(J_k \left(\frac{\lambda_{kj} r}{a} \right) + c_{kj} I_k \left(\frac{\lambda_{kj} r}{a} \right) \right) \cos k\theta \\z_{kj}^2(r, \theta) &= a_{kj} \left(J_k \left(\frac{\lambda_{kj} r}{a} \right) + c_{kj} I_k \left(\frac{\lambda_{kj} r}{a} \right) \right) \sin k\theta\end{aligned}$$

- ▶ J_k (resp. I_k) : fonction de Bessel (resp. modifiée) de 1^{ère} espèce et d'ordre k
- ▶ λ_{kj} et c_{kj} : coefficients liés aux conditions de bord du miroir
- ▶ a_{kj} : coefficients de normalisation

Les $\left(\frac{\lambda_{kj}}{a}\right)^4$ sont les valeurs propres associées.

On fixe $k_{\max} \Rightarrow$ on peut classer les modes propres selon les λ_{kj} croissants

On note alors $z_{kj} = B_i$ et :

$$\forall e \in H_{bc}^2(\Omega), e(t, r, \theta) = \sum_{i \geq 1} \alpha_i B_i(t, r, \theta).$$

Base Hilbertienne de $H_{bc}^2(\Omega)$

Formée des vecteurs propres de Δ^2 (avec bord $\mathcal{C}(0, a)$ libre) :

$$\begin{aligned}z_{kj}^1(r, \theta) &= a_{kj} \left(J_k \left(\frac{\lambda_{kj} r}{a} \right) + c_{kj} I_k \left(\frac{\lambda_{kj} r}{a} \right) \right) \cos k\theta \\z_{kj}^2(r, \theta) &= a_{kj} \left(J_k \left(\frac{\lambda_{kj} r}{a} \right) + c_{kj} I_k \left(\frac{\lambda_{kj} r}{a} \right) \right) \sin k\theta\end{aligned}$$

- ▶ J_k (resp. I_k) : fonction de Bessel (resp. modifiée) de 1^{ère} espèce et d'ordre k
- ▶ λ_{kj} et c_{kj} : coefficients liés aux conditions de bord du miroir
- ▶ a_{kj} : coefficients de normalisation

Les $\left(\frac{\lambda_{kj}}{a}\right)^4$ sont les valeurs propres associées.

On fixe $k_{\max} \Rightarrow$ on peut classer les modes propres selon les λ_{kj} croissants

On note alors $z_{kj} = B_i$ et :

$$\forall e \in H_{bc}^2(\Omega), e(t, r, \theta) = \sum_{i \geq 1} \alpha_i B_i(t, r, \theta).$$

Base Hilbertienne de $H_{bc}^2(\Omega)$

Formée des vecteurs propres de Δ^2 (avec bord $\mathcal{C}(0, a)$ libre) :

$$\begin{aligned}z_{kj}^1(r, \theta) &= a_{kj} \left(J_k \left(\frac{\lambda_{kj} r}{a} \right) + c_{kj} I_k \left(\frac{\lambda_{kj} r}{a} \right) \right) \cos k\theta \\z_{kj}^2(r, \theta) &= a_{kj} \left(J_k \left(\frac{\lambda_{kj} r}{a} \right) + c_{kj} I_k \left(\frac{\lambda_{kj} r}{a} \right) \right) \sin k\theta\end{aligned}$$

- ▶ J_k (resp. I_k) : fonction de Bessel (resp. modifiée) de 1^{ère} espèce et d'ordre k
- ▶ λ_{kj} et c_{kj} : coefficients liés aux conditions de bord du miroir
- ▶ a_{kj} : coefficients de normalisation

Les $\left(\frac{\lambda_{kj}}{a}\right)^4$ sont les valeurs propres associées.

On fixe $k_{\max} \Rightarrow$ on peut classer les modes propres selon les λ_{kj} croissants

On note alors $z_{kj} = B_i$ et :

$$\forall e \in H_{bc}^2(\Omega), e(t, r, \theta) = \sum_{i \geq 1} \alpha_i B_i(t, r, \theta).$$

Modèle tronqué

$$\begin{cases} x'_N = A_N x_N + B_{1N} w_N + B_{2N} u_N \\ z_N = C_{1N} x_N + D_{12N} u_N \\ y_N = C_{2N} x_N + D_{21N} w_N \end{cases}$$

Matrices A_N, B_{1N}, \dots calculées :

- sur la base tronquée des N_B premiers vecteurs propres de $-\frac{Q_1}{\rho} \Delta^2 - \frac{Q_2}{\rho} I$

$$B_i, \lambda_i = -\frac{Q_1}{\rho} \left(\frac{\lambda_{kj}}{a} \right)^4 - \frac{Q_2}{\rho}$$

- et sur les N_Z premiers modes de Zernike utilisés pour la modélisation de ϕ_{tur} .

L'état x_N est un vecteur à $2N_B + N_Z$ coordonnées $\begin{pmatrix} (e, B_i)_{H_{bc}^2} \\ (e', B_i)_{H_{bc}^2} \\ (\phi_{\text{tur}}, Z_n)_{L^2} \end{pmatrix}$ $\begin{matrix} 1 \leq i \leq N_B \\ 1 \leq n \leq N_Z \end{matrix}$

Modèle tronqué

$$\begin{cases} x'_N = A_N x_N + B_{1N} w_N + B_{2N} u_N \\ z_N = C_{1N} x_N + D_{12N} u_N \\ y_N = C_{2N} x_N + D_{21N} w_N \end{cases}$$

Matrices A_N, B_{1N}, \dots calculées :

- ▶ sur la base tronquée des N_B premiers vecteurs propres de $-\frac{Q_1}{\rho} \Delta^2 - \frac{Q_2}{\rho} I$

$$B_i, \lambda_i = -\frac{Q_1}{\rho} \left(\frac{\lambda_{kj}}{a} \right)^4 - \frac{Q_2}{\rho}$$

- ▶ et sur les N_Z premiers modes de Zernike utilisés pour la modélisation de ϕ_{tur} .

L'état x_N est un vecteur à $2N_B + N_Z$ coordonnées $\begin{pmatrix} (e, B_i)_{H_{bc}^2} \\ (e', B_i)_{H_{bc}^2} \\ (\phi_{\text{tur}}, Z_n)_{L^2} \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \leq i \leq N_B \\ 1 \leq n \leq N_Z \end{matrix}$

Modèle tronqué

$$\begin{cases} x'_N = A_N x_N + B_{1N} w_N + B_{2N} u_N \\ z_N = C_{1N} x_N + D_{12N} u_N \\ y_N = C_{2N} x_N + D_{21N} w_N \end{cases}$$

Matrices A_N, B_{1N}, \dots calculées :

- ▶ sur la base tronquée des N_B premiers vecteurs propres de $-\frac{Q_1}{\rho} \Delta^2 - \frac{Q_2}{\rho} I$

$$B_i, \lambda_i = -\frac{Q_1}{\rho} \left(\frac{\lambda_{kj}}{a} \right)^4 - \frac{Q_2}{\rho}$$

- ▶ et sur les N_Z premiers modes de Zernike utilisés pour la modélisation de ϕ_{tur} .

L'état x_N est un vecteur à $2N_B + N_Z$ coordonnées $\begin{pmatrix} (e, B_i)_{H_{bc}^2} \\ (e', B_i)_{H_{bc}^2} \\ (\phi_{\text{tur}}, Z_n)_{L^2} \end{pmatrix}$ $\begin{matrix} 1 \leq i \leq N_B \\ 1 \leq n \leq N_Z \end{matrix}$

$$w_N = \begin{pmatrix} (w_{\text{mod}}, B_i)_{H_{bc}^2} \\ (w_{\text{SH}}, B_i)_{H_{bc}^2} \\ (w_{\text{tur}}, Z_n)_{L^2} \\ (w_{\text{piezo}}, B_i)_{H_{bc}^2} \end{pmatrix}$$

$$u_N = \left((u, B_i)_{H_{bc}^2} \right)$$

$$y_N = \begin{pmatrix} (y_{\text{pe}}, B_i)_{H_{bc}^2} \\ (y_{\text{SH}}, Z_n)_{L^2} \end{pmatrix}$$

$$z_N = \begin{pmatrix} (\phi_{\text{res}}, Z_n)_{L^2} \\ (u, B_i)_{H_{bc}^2} \end{pmatrix}$$

Et avec la matrice $N_B \times N_Z$ de projection Q des "Zernike" sur les "Bessel" :

$$A_N = \begin{bmatrix} 0 & I_{N_B} & 0 \\ \lambda_i I_{N_B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F \end{bmatrix}$$

$$C_{1N} = \begin{bmatrix} \frac{-4\pi}{\lambda} I_{N_B} & 0 & Q \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{1N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{2N} = \begin{bmatrix} \text{block}_{ij} \left(\tilde{e}_{31}(\Delta B_i, B_j)_{H_{bc}^2} \right) & 0 & 0 \\ \frac{-4\pi}{\lambda} I_{N_B} & 0 & Q \end{bmatrix}$$

$$B_{2N} = \begin{bmatrix} 0 \\ \text{block}_{ij} \left(\frac{\tilde{d}_{31}}{\rho}(\Delta B_i, B_j)_{H_{bc}^2} \right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{12N} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_{N_B} \end{bmatrix} \quad D_{21N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & d \\ 0 & c & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$w_N = \begin{pmatrix} (w_{\text{mod}}, B_i)_{H_{bc}^2} \\ (w_{\text{SH}}, B_i)_{H_{bc}^2} \\ (w_{\text{tur}}, Z_n)_{L^2} \\ (w_{\text{piezo}}, B_i)_{H_{bc}^2} \end{pmatrix}$$

$$u_N = \left((u, B_i)_{H_{bc}^2} \right)$$

$$y_N = \begin{pmatrix} (y_{\text{pe}}, B_i)_{H_{bc}^2} \\ (y_{\text{SH}}, Z_n)_{L^2} \end{pmatrix}$$

$$z_N = \begin{pmatrix} (\phi_{\text{res}}, Z_n)_{L^2} \\ (u, B_i)_{H_{bc}^2} \end{pmatrix}$$

Et avec la matrice $N_B \times N_Z$ de projection Q des "Zernike" sur les "Bessel" :

$$A_N = \begin{bmatrix} 0 & I_{N_B} & 0 \\ \lambda_i I_{N_B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F \end{bmatrix}$$

$$B_{1N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{2N} = \begin{bmatrix} 0 \\ \text{block}_{ij} \left(\frac{\tilde{d}_{31}}{\rho} (\Delta B_i, B_j)_{H_{bc}^2} \right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{1N} = \begin{bmatrix} \frac{-4\pi}{\lambda} I_{N_B} & 0 & Q \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{2N} = \begin{bmatrix} \text{block}_{ij} \left(\tilde{e}_{31} (\Delta B_i, B_j)_{H_{bc}^2} \right) & 0 & 0 \\ \frac{-4\pi}{\lambda} I_{N_B} & 0 & Q \end{bmatrix}$$

$$D_{12N} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_{N_B} \end{bmatrix} \quad D_{21N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & d \\ 0 & c & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Constantes physiques

Données expérimentales du projet SESAME de l'Observatoire de Paris.

- ▶ Mirroir bimorphe - distribution de 31 actionneurs piezo
- ▶ Constantes physiques utilisées :
 - ▶ Rayon du miroir : $a = 41 \times 10^{-3} \text{ m}$
 - ▶ Coefficients de raideur : $Q_1 = 84 \text{ Nm}$
 $Q_2 = 11.25 \times 10^8 \text{ Nm}^{-3}$
 - ▶ Densité surfacique : $\rho = 16.3 \text{ kg.m}^{-2}$
 - ▶ constantes piezo-électriques : $\tilde{d}_{31} = -4.3 \times 10^{-3} \text{ N.V}^{-1}$
 $\tilde{e}_{31} = -5.6 \times 10^3 \text{ V.m}$
 - ▶ Longueur d'onde : $\lambda = 10^{-6} \text{ m}$

Hypotèses de synthèse d'un correcteur H_∞ en dimension finie :

- ▶ (A_N, B_{1N}) et (A_N, B_{2N}) stabilisables
- ▶ (A_N, C_{1N}) et (A_N, C_{2N}) détectables
- ▶ $D_{12N}^* [C_{1N} \ D_{12N}] = [0 \ I]$
- ▶ $D_{21N} [B_{1N}^* \ D_{21N}^*] = [0 \ I]$

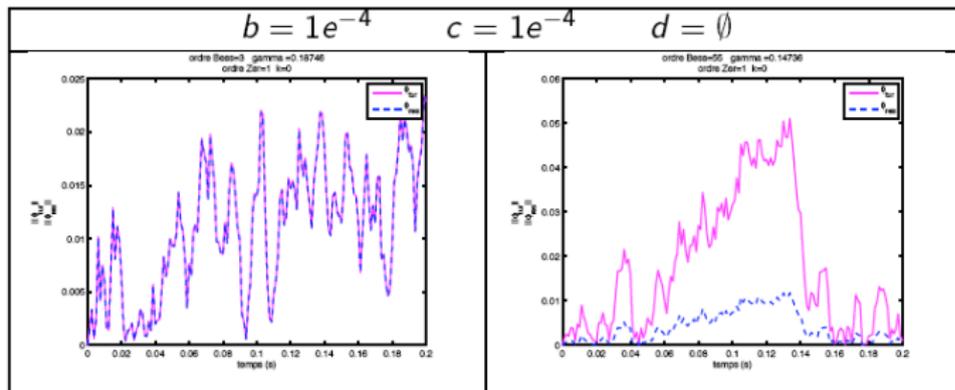
⇒ Les coefficients b , c et d doivent être non nul.

Indice de performance :

$$\frac{\|\phi_{\text{tur}}\|}{\|\phi_{\text{res}}\|}$$

Remarques préliminaires

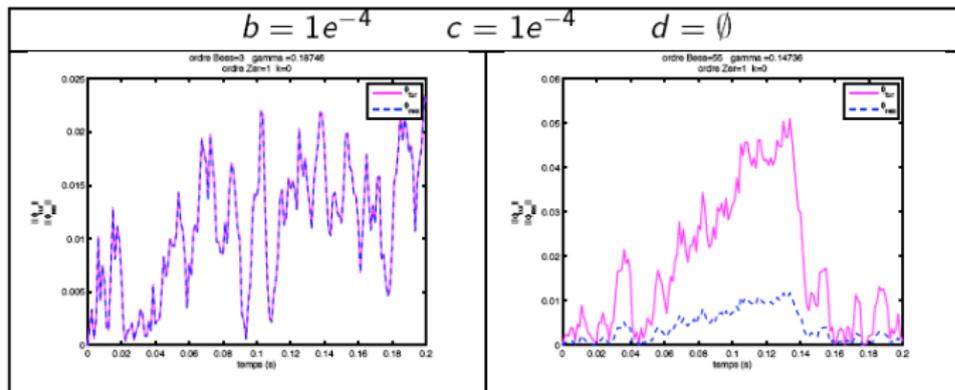
► “Correspondance” Zernike/Bessel



- 14 premiers Zernique = 92% de l'information (ref. P-A)
- Dans notre modèle, 12 Zernike donnent 75%... sans tip et tilt
- Spillover pour les Bessel ?

Remarques préliminaires

- ▶ “Correspondance” Zernike/Bessel



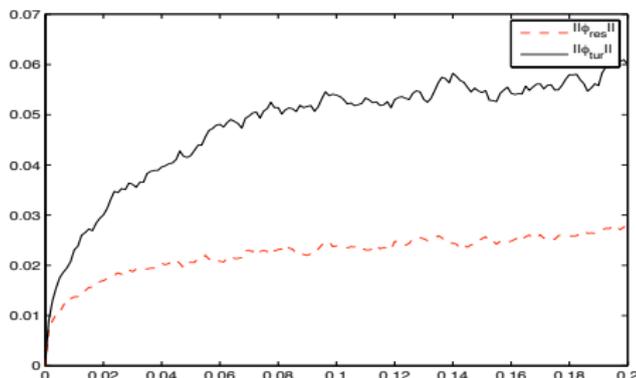
- ▶ 14 premiers Zernique = 92% de l'information (ref. P-A)
- ▶ Dans notre modèle, 12 Zernike donnent 75%... sans tip et tilt
- ▶ Spillover pour les Bessel ?

Résultats

- ▶ Tableau de performances (ref. P-A : 2.22 à 2.86) :

	cas 1	cas 2	cas 3
b	0.001	0.001	0.001
c	0.2	0.02	0.002
d	\emptyset	\emptyset	\emptyset
$\frac{\ \phi_{tur}\ }{\ \phi_{res}\ } H_\infty$	1.04	2.64	2.92
$\frac{\ \phi_{tur}\ }{\ \phi_{res}\ } H_2$	1.25	2.59	2.92

- ▶ Simulation de Monte-Carlo avec 200 tirages :
 atténuation de 2.15 de la phase turbulente.



Conclusion

- ▶ Modélisation innovante par edp
- ▶ Miroir : matrice d'interaction VS constantes physiques
- ▶ Equation de mesures piezo inutile
- ▶ Performances satisfaisantes en terme d'atténuation de ϕ_{tur}

Pour la suite :

- ▶ Non linéaire : prise en compte des phénomènes
 - ▶ de saturation des capteurs et actionneurs (amplitude, vitesse),
 - ▶ d'hystérésis des matériaux piezoélectriques (effet mémoire).
- ▶ Retard de l'ASO
- ▶ Prise en compte d'incertitudes

Conclusion

- ▶ Modélisation innovante par edp
- ▶ Miroir : matrice d'interaction VS constantes physiques
- ▶ Equation de mesures piezo inutile
- ▶ Performances satisfaisantes en terme d'atténuation de ϕ_{tur}

Pour la suite :

- ▶ Non linéaire : prise en compte des phénomènes
 - ▶ de saturation des capteurs et actionneurs (amplitude, vitesse),
 - ▶ d'hystérésis des matériaux piezoélectriques (effet mémoire).
- ▶ Retard de l'ASO
- ▶ Prise en compte d'incertitudes

Conclusion

- ▶ Modélisation innovante par edp
- ▶ Miroir : matrice d'interaction VS constantes physiques
- ▶ Equation de mesures piezo inutile
- ▶ Performances satisfaisantes en terme d'atténuation de ϕ_{tur}

Pour la suite :

- ▶ Non linéaire : prise en compte des phénomènes
 - ▶ de saturation des capteurs et actionneurs (amplitude, vitesse),
 - ▶ d'hystérésis des matériaux piezoélectriques (effet mémoire).
- ▶ Retard de l'ASO
- ▶ Prise en compte d'incertitudes